

2002
STATISTICS
Paper I

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 300

INSTRUCTIONS

Each question is printed both in English and in Kannada.

Answers must be written in the medium specified (English or Kannada) in the Admission Ticket issued to you, which must be stated clearly on the cover of the answer-book in the space provided for this purpose. No credit will be given for the answers written in a medium other than that specified in the Admission Ticket.

The Question Paper is divided into *three* Sections A, B and C.

Candidates should attempt any *five* questions choosing at least *one* but not more than *two* from each Section.

Assume suitable data, if considered necessary, and indicate the same clearly.

All questions carry equal marks.

ಸೂಚನೆ : ಈ ಮೇಲ್ಕಂಡ ಸೂಚನೆಗಳ ಕನ್ನಡ ರೂಪಾಂತರವನ್ನು ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯ ಕೊನೆಯ ಪುಟದಲ್ಲಿ ಮುದ್ರಿಸಲಾಗಿದೆ.

[Turn over

SECTION - A

(Probability)

1. (a) Show that the conditional probability function $P(\cdot | E)$ satisfies the axioms of a probability space. Demonstrate through an example that pair-wise independence need not imply mutual independence.
- (b) Two dice, one green and the other red are thrown. Let A be the event that the sum of points of the faces shown is odd and B the event of at least one ace (number 1). Describe the sample space and event space $A \cap B$ and $A \cap \bar{B}$ and find the probabilities of the events $P(\bar{A} \cup B)$; $P(\bar{A} \cap (A \cup B))$; $P(B | A)$.
- (c) Let r indistinguishable balls be placed at random in n components of a box. Let A_k be the event that a specified compartment has exactly k balls. Find $P(A_k)$.

2. (a) The joint density function of the random variable X and Y is given by

$$f(X, Y) = \begin{cases} 8xy, & 0 \leq x \leq 1 ; 0 < y \leq x \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Find (i) the marginal density of X (ii) the marginal density of Y (iii) the conditional density of X and (iv) the conditional density of Y .

- (b) For a given $\lambda (> 0)$, the random variable X has the Poisson distribution with parameter λ . But λ itself is a random variable having pdf

$$g(\lambda) = \frac{\alpha^r}{\Gamma(r)} \exp[-\alpha\lambda] \cdot \lambda^{r-1}, \lambda \geq 0.$$

What is the unconditional distribution of X ? Obtain the mean and variance of this distribution. Are the two still equal?

- (c) Let $f(x_1, x_2) = 21x_1^2x_2^2$; $0 < x_1 < x_2 < 1$ and zero elsewhere be the joint p.d.f. of X_1 and X_2 . Find the conditional mean and variance of X_1 given $X_2 = x_2$; $0 < x_2 < 1$.

ವಿಭಾಗ - ಎ

(ಸಂಭವನೀಯತೆ)

- 1 (a) ಸಪ್ರತಿಬಂಧ ಸಂಭವನೀಯತಾ ಫಲನ $P(* | E)$ ಯು ಒಂದು ಸಂಭವನೀಯತಾ ಸಮಷ್ಟಿಯ ಅಭಿಗ್ರಹೀತಗಳನ್ನು ತೃಪ್ತಿಗೊಳಿಸುತ್ತದೆ. ಉದಾಹರಣೆಯೊಂದಿಗೆ ಯುಗಳ ಪ್ರತಿಬಾಧವು ಅನೋನ್ಯ ಪ್ರತಿಬಾಧವನ್ನು ಸೂಚಿಸುವ ಅಗತ್ಯವಿಲ್ಲವೆಂದು ಸಿದ್ಧಾಂತ ಮಾಡಿ ತೋರಿಸಿ.
- (b) ಒಂದು ಹಸಿರು ಮತ್ತು ಮತ್ತೊಂದು ಕೆಂಪು ಬಣ್ಣವುಳ್ಳ ಎರಡು ದಾಳಗಳನ್ನು ಎಸೆಯಲಾಗಿದೆ. A ಒಂದು ಘಟನೆಯಾಗಿ ಅದರ ಫಲಕಗಳ ಮೇಲಿನ ಅಂಶಗಳ ಮೊತ್ತವು ಬೆಸಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಲಿ ಮತ್ತು B ಘಟನೆಯಲ್ಲಿ ಕಡಿಮೆಯೆಂದರೆ ಒಂದು ಉತ್ಕೃಷ್ಟ (Ace) ಅಥವಾ (ಸಂಖ್ಯೆ 1) ಆಗಲಿ. ಪ್ರತಿದರ್ಶ ಸಮಷ್ಟಿ ಮತ್ತು ಘಟನಾ ಸಮಷ್ಟಿಗಳಾದ $A \cap B$ ಮತ್ತು $A \cap \bar{B}$ ಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ ಮತ್ತು $P(\bar{A} \cup B)$; $P(\bar{A} \cap (A \cup B))$; $P(B | A)$ ಘಟನೆಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
- (c) ಒಂದು ಪೆಟ್ಟಿಗೆಯಲ್ಲಿ r ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅವಿಭೇದ ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ n ಘಟಕಗಳಲ್ಲಿ ಹಾಕಲಾಗಿದೆ. A_k ಘಟನೆಯಾಗಿದ್ದು ಒಂದು ವಿಶೇಷ ಕಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ನಿಖರವಾಗಿ k ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವಂತಾಗಲಿ. $P(A_k)$ ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2. (a) X ಮತ್ತು Y ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಚರದ ಸಂಯುಕ್ತ ಘನತ್ವ ಫಲನವನ್ನು

$$f(X, Y) = \begin{cases} 8xy, & 0 \leq x \leq 1; 0 < y \leq x \\ 0 & \text{ಇಲ್ಲವಾದರೆ} \end{cases} \quad \text{ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿದೆ.}$$

(i) X ನ ಉಪಾಂತ ಘನತ್ವ (ii) Y ನ ಉಪಾಂತ ಘನತ್ವ (iii) X ನ ಸಪ್ರತಿಬಂಧ ಘನತ್ವ ಮತ್ತು (iv) Y ನ ಸಪ್ರತಿಬಂಧ ಘನತ್ವವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- (b) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಒಂದು $\lambda (> 0)$ ಗಾಗಿ, X ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಚರವು λ ಪ್ರಾಚಲದೊಂದಿಗೆ ಪೋಯ್ಸನ್ ವಿತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಆದರೆ λ ತಾನೇ ತಾನಾಗಿ ಒಂದು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಚರವಾಗಿದ್ದು

$$g(\lambda) = \frac{\alpha^r}{\Gamma(r)} \exp[-\alpha\lambda] \cdot \lambda^{r-1}, \quad \lambda \geq 0, \text{ pdf ಹೊಂದಿದೆ.}$$

X ನ ಅಪ್ರತಿಬಂಧ ವಿತರಣೆ ಏನು? ಈ ವಿತರಣೆಯ ಮಾಧ್ಯ ಮತ್ತು ಪ್ರಸರಣವನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ. ಈ ಎರಡು ಈಗಲೂ ಸಮನಾಗಿದೆಯೇ?

- (c) $f(x_1, x_2) = 21x_1^2x_2^2; 0 < x_1 < x_2 < 1$ ಮತ್ತು X_1 ಮತ್ತು X_2 ನ ಶೂನ್ಯವು ಬೇರೆಡೆಯ ಸಂಧಿ p.d.f. ಆಗಿರಲಿ. X_1 ನ ಸಪ್ರತಿಬಂಧ ಮಾಧ್ಯ ಮತ್ತು ಪ್ರಸರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. $X_2 = x_2; 0 < x_2 < 1$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿದೆ.

[Turn over

- 3 (a) State the continuity theorem for characteristic functions. Let X_n be a random variable with *p.m.f.*

$$P(X_n = 1) = \frac{1}{n} ; P(X_n = 0) = 1 - \frac{1}{n}$$

Investigate whether the sequence of distribution functions of X converges weakly to the distribution function of a random variable. If yes, find the distribution of the limiting random variable.

- (b) Establish basic inequality and demonstrate its use in obtaining Markov inequality.
 (c) If X and Y are independent Gamma variates with parameters μ and γ respectively, show that

$$U = X + Y, Z = \frac{X}{Y}$$

are independent and that U is gamma ($\mu + \gamma$) variate and Z is a $\beta_2(\mu, \gamma)$ variate.

4. (a) Explain Law of Large Numbers. State and prove Khintchine's theorem. Let X_i assume two values i and $-i$ with equal probabilities. Show that the law of large numbers cannot be applied to these variables.
 (b) State and prove the De Moivre-Laplace theorem.
 (c) If $\{X_k\}$ be a sequence of random variables such that

$$\frac{1}{n^2} \text{Var} \left(\sum_1^n X_k \right) \rightarrow 0 \text{ as } n \rightarrow \infty$$

then show that $\bar{X}_n - \bar{\mu}_n \rightarrow 0$ where $EX_k = \mu k$.

3. (a) ಲಾಕ್ಷಣಿಕ ಫಲನಕ್ಕಾಗಿ ಸಾಂತತ್ಯ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ. X_n , p.m.f. ನೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಚರವಾಗಿರಲಿ.

$$P(X_n = 1) = \frac{1}{n} ; P(X_n = 0) = 1 - \frac{1}{n}$$

X ನ ವಿತರಣಾ ಫಲನಗಳ ಅನುಕ್ರಮವು ಒಂದು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಚರದ ವಿತರಣಾ ಫಲನಕ್ಕೆ ದುರ್ಬಲವಾಗಿ ಒಮ್ಮುಖವಾಗುತ್ತದೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಹೌದಾದರೆ, ಸೀಮಾಂತ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಚರದ ವಿತರಣೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- (b) ಆಧರಿತ ಅಸಮತೆಯನ್ನು ಸ್ಥಿರಪಡಿಸಿ ಮತ್ತು ಮಾರ್ಕೊವ್ ಅಸಮತೆಯನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಇದರ ಉಪಯೋಗವನ್ನು ಸಿದ್ಧಪಡಿಸಿ.
- (c) X ಮತ್ತು Y ಗಳು ಸ್ವತಂತ್ರ ಗಾಮಗಳಾಗಿದ್ದು, ಕ್ರಮವಾಗಿ μ ಮತ್ತು γ ಪ್ರಾಚಲಗಳೊಂದಿಗೆ ವಿಚರವಾದರೆ,

$$U = X + Y, Z = \frac{X}{Y} \text{ ಗಳು ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು}$$

U ಒಂದು ಗಾಮಾ $(\mu + \gamma)$ ವಿಚರವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು Z ಒಂದು $\beta_2(\mu, \gamma)$ ವಿಚರವಾಗಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

4. (a) ಬೃಹತ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಿಯಮವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಕೈನ್‌ಚೈನ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿ. X_i ಸಮ ಸಂಭವನೀಯತೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಎರಡು ಬೆಲೆಗಳು i ಮತ್ತು $-i$ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ. ಈ ಚರಗಳಿಗೆ ಬೃಹತ್ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ನಿಯಮವು ಅನ್ವಯಿಸುವುದಿಲ್ಲವೆಂದು ತೋರಿಸಿ.

- (b) ಡಿ ಮೂವ್ರಿ - ಲಾಪ್ಲಾಸ್ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿ.

- (c) ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಚರಗಳ ಅನುಕ್ರಮವು $\{X_k\}$ ಆದಲ್ಲಿ $\frac{1}{n^2} \text{Var}\left(\sum_{k=1}^n X_k\right) \rightarrow 0$ ಹಾಗೆ $n \rightarrow \infty$ ಹಾಗಾದರೆ $EK_k = \mu k$ ಆದಾಗ $\bar{X}_n - \bar{\mu}_n \rightarrow 0$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

SECTION - B

(Statistical Inference)

5. (a) Explain the concept of estimation in statistical inference and record your understanding of consistency and efficiency.
- (b) Let X_1, X_2, \dots, X_n be a sample from

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta_2 - \theta_1}, & \theta_1 \leq x \leq \theta_2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Obtain the estimates of θ_1, θ_2 by the method of moments and by the method of maximum likelihood.

- (c) State and explain Lehmann-Scheffe theorem with an example.
6. (a) Explain the concept of (i) Type II error and (ii) Power curve. Let X has a binomial law with $n = 10, p$ where $p \in \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4} \right)$. If the observed value of X_1 , a random sample of size one, is less than or equal to 3, we reject $H_0 : p = \frac{1}{2}$ and accept $H_1 : p = \frac{1}{4}$. Find the power function of the test.
- (b) Develop the test procedure to test the hypothesis $H_0 : \mu = \mu_0$ against $H_1 : \mu = \mu_1$ in the distribution

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}, \text{ where } \sigma \text{ is known.}$$

- (c) Let (X_1, X_2, \dots, X_n) be a random sample from a distribution with *p.d.f.* $f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} ; 0 < x < \theta$. Find the confidence interval for θ based on maximum likelihood estimator of θ .

ವಿಭಾಗ - ಬಿ

(ಸಾಂಖ್ಯಿಕೀಯ ಊಹೆ)

5. (a) ಸಾಂಖ್ಯಿಕೀಯ ಊಹೆಯಲ್ಲಿ ಆಕಲ್ಪನದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಂಗತಿ ಪ್ರತಿಬಂಧ ಮತ್ತು ದಕ್ಷತೆಯ ಬಗ್ಗೆ ನಿಮ್ಮ ಗ್ರಹಣಶಕ್ತಿಯನ್ನು ದಾಖಲಿಸಿ.

$$(b) f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta_2 - \theta_1} & \theta_1 \leq x \leq \theta_2 \\ 0 & \text{ಇಲ್ಲವಾದರೆ} \end{cases}$$

ಇದರಿಂದ X_1, X_2, \dots, X_n ಒಂದು ಪ್ರತಿಚಯವಾಗಿರಲಿ. ಆಫೂರ್ಣ ವಿಧಿಯಿಂದ ಮತ್ತು ಅಧಿಕತಮ ಸಂಭಾವಿತ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ θ_1, θ_2 ಗಳ ಆಕಲ್ಪನಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.

- (c) ಲೆಹ್ಮನ್-ಶೆಫೆ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯೊಂದಿಗೆ ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ವಿವರಿಸಿ.

6. (a) (i) ಟೈಪ್ II ಪ್ರಮಾದ (ii) ಘಾತ ವಕ್ರದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. $pt \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4} \right)$ ಆದಲ್ಲಿ p ಯೊಂದಿಗೆ $X, n = 10$ ರೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ದ್ವಿನಾಮೀಯ ನಿಯಮವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವಂತಾಗಲಿ. X_1 ರ ಪ್ರೇಕ್ಷಿತ ಮಾನ, ಸೈಜ್ ಒಂದರ ಒಂದು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ನಮೂನೆಯು 3 ಕ್ಕಿಂತ ಕಡಿಮೆ ಅಥವಾ ಸಮ ಆದಾಗ $H_0 : p = \frac{1}{2}$ ವನ್ನು ತಿರಸ್ಕರಿಸಿ ಮತ್ತು $H_1 : p = \frac{1}{4}$ ನ್ನು ಸ್ವೀಕರಿಸಿ. ಪರಿಕ್ಷಣದ ಕ್ಷಮತಾ ಫಲನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$(b) \sigma \text{ ಗೂತ್ತಿರುವಾಗ, } f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}$$

ವಿತರಣೆಯೊಂದಿಗೆ $H_1 : \mu = \mu_1$ ವಿರುದ್ಧ $H_0 : \mu = \mu_0$ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ಪರಿಕ್ಷಿಸಲು ಪರಿಕ್ಷೆಯ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನವನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಿ.

- (c) $f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} ; 0 < x < \theta$ p.d.f. ನೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ವಿತರಣೆಯಿಂದ (X_1, X_2, \dots, X_n) ಒಂದು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರತಿಚಯವಾಗಿರಲಿ. θ ದ ಅಧಿಕತಮ ಸಂಭಾವಿತದ ಮೇಲೆ ಆಧರಿಸಿ θ ದ ವಿಶ್ವಾಸನೀಯತಾ ಅಂತರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

[Turn over

7. (a) Let X_1, \dots, X_n and Y_1, \dots, Y_m be random samples from the independent distributions $N(\theta_1, \theta_3)$ and $N(\theta_2, \theta_4)$ respectively. Show that the likelihood ratio that $H_0: \theta_3 = \theta_4; \theta_1, \theta_2$ unspecified against $H_1: \theta_3 \neq \theta_4; \theta_1$ and θ_2 unspecified can be based on the random variable :

$$F = \frac{\sum_1^n (X_i - \bar{X})^2 / (n-1)}{\sum_1^m (Y_i - \bar{Y})^2 / (m-1)}$$

- (b) State Neyman-Pearson lemma. Mention its restrictions. A sample of size 1 is taken from density

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{2(\theta - x)^2}{\theta^2} & ; 0 < x < \theta \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

Find the MPT of $H_0: \theta = \theta_0$ versus $H_1: \theta = \theta_1$ ($\theta_0 > \theta_1$) at level α .

- (c) Let k independent random samples be drawn from $k N(\theta_i, \sigma_i^2)$ distributions, $i = 1, 2, \dots, k$. Derive the LR test for $H_0: \theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_k$ assuming $\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_k$. Show that this test can be reduced to the F -test.
8. (a) Define the OC function and ASN function of sequential analysis. Derive then appropriate expression for the sequential probability ratio test of a simple hypothesis against a simple alternative.
- (b) Describe clearly (i) Wilcoxon-Mann-Whitney test and (ii) Kolmogorov-Smirnov test for the two sample problem. Consider both one-sided and two-sided alternatives.
- (c) Indicate the details of comparison of the A.S.N. of S.P.R.T. with that of fixed sample of size n of Neyman-Pearson test of hypothesis.

7. (a) $N(\theta_1, \theta_3)$ ಮತ್ತು $N(\theta_2, \theta_4)$ ಸ್ವತಂತ್ರ ವಿತರಣೆಗಳಿಂದ ಕ್ರಮವಾಗಿ X_1, \dots, X_n ಮತ್ತು Y_1, \dots, Y_m ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರತಿಚಯಗಳಾಗಿರಲಿ.

$$F = \frac{\sum_1^n (X_i - \bar{X})^2 / (n-1)}{\sum_1^m (Y_i - \bar{Y})^2 / (m-1)}$$

ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಚರವನ್ನಾಧರಿಸಿ $H_1: \theta_3 \neq \theta_4; \theta_1$ ಮತ್ತು θ_2 ಅನಿರ್ದಿಷ್ಟದ ವಿರುದ್ಧ
 $H_0: \theta_3 = \theta_4; \theta_1, \theta_2$ ಅನಿರ್ದಿಷ್ಟದ ಸಂಭಾವಿತಾ ಅನುಪಾತ ಪರೀಕ್ಷಣವನ್ನು ತೋರಿಸಿ.

- (b) ನೆಮ್ಯಾನ್-ಪಿಯರ್ಸನ್ ಪ್ರಮೇಯಕಾ (Lemma) ವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ. ಇದರ ಇತಿಮಿತಿಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ. ಸೈಜ್ 1 ರ ಒಂದು ಪ್ರತಿದರ್ಶವನ್ನು

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{2(\theta - x)^2}{\theta^2} & ; 0 < x < \theta \\ 0 & \text{ಇಲ್ಲವಾದರೆ} \end{cases}$$

ಘನತ್ವದಿಂದ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲಾಗಿದೆ. ಸ್ವರ α ದಲ್ಲಿ $H_0: \theta = \theta_0$ ವಿರುದ್ಧ $H_1: \theta = \theta_1$ ($\theta_0 > \theta_1$) ದ MPT ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

- (c) $k N(\theta_i, \sigma_i^2)$ ವಿತರಣೆಗಳು, $i = 1, 2, \dots, k$ ಯಿಂದ ಆರೇಖಿಸಿದ ಸ್ವತಂತ್ರ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರತಿದರ್ಶಗಳು k ಆಗಿರಲಿ. $\sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_k$ ಎಂದು ಕಲ್ಪಿಸಿ $H_0: \theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_k$ ಕುರಿತು LR ಪರೀಕ್ಷಣವನ್ನು ವ್ಯುತ್ಪತ್ತಿಸಿ. ಈ ಪರೀಕ್ಷಣವನ್ನು F-ಪರೀಕ್ಷಣಕ್ಕೆ ಅಪಚಯಗೊಳಿಸಬಹುದೆಂದು ತೋರಿಸಿ.

8. (a) ಅನುಕ್ರಮಿಕ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯ OC ಫಲನ ಮತ್ತು ASN ಫಲನವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ. ಒಂದು ಸರಳ ವೈಕಲ್ಪಿಕದ ವಿರುದ್ಧ ಒಂದು ಸರಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯ ಅನುಕ್ರಮಿಕ ಸಂಭವನೀಯತಾ ಅನುಪಾತ ಪರೀಕ್ಷಣಕ್ಕೆ ಅವುಗಳ ಯುಕ್ತ ನಿಷ್ಪೀಡನೆಯನ್ನು ವ್ಯುತ್ಪತ್ತಿಸಿ.
- (b) ಎರಡು ಪ್ರತಿದರ್ಶ ಸಮಸ್ಯೆಗೆ (i) ವಿಲ್‌ಕೊಕ್ಸ್-ಮಾನ್-ವಿಟ್ನಿ ಪರೀಕ್ಷಣ ಮತ್ತು (ii) ಕೊಲ್‌ಮೊಗೊರೊವ್-ಸ್ಮಿರೊವ್ ಪರೀಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ವಿವರಿಸಿ. ಏಕ-ಪುಚ್ಚೀಯ ಮತ್ತು ದ್ವಿ-ಪುಚ್ಚೀಯ ವೈಕಲ್ಪಿಕಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.
- (c) ನೆಮ್ಯಾನ್-ಪಿಯರ್ಸನ್ ಪರೀಕ್ಷಣದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯ ಸೈಜ್ n ನ ನಿಯತ ಪ್ರತಿದರ್ಶದೊಂದಿಗೆ S.P.R.T.ಯ A.S.N. ಗಳ ತುಲನೆಯ ವಿವರಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಿ.

SECTION - C

(Linear Inference and Multivariate Analysis)

9. (a) Prove the necessary and sufficient condition for a parametric function to be estimable and that for a linear function of the variable belongs to error. Show that BLUEs are uncorrelated with linear functions belonging to error.
- (b) Let $y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + e_i$; $i = 1, 2, \dots, n$ be a simple linear model where β_1 and β_2 are unknown scalar constants, x_i are known scalar constants. Develop a test procedure to obtain the confidence interval for
- $$\bar{y}_0 = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k y_{0j}.$$
- (c) Use the technique of analysis of variance for testing that in a multiple linear regression model there is no dependence of the dependent variable on the regressor variable.
10. (a) Show that the general linear regression model covers both multiple linear regression and polynomial regression. Show how this fits into Gauss-Markov linear model.
- (b) If the n_{ij} in the model $y_{ijk} = \mu + \bar{z}_i + \beta_j + e_{ijk}$ are such that $\bar{z}_i - \bar{z}_j$; $\beta_{i'} - \beta_{j'}$ are estimable for all $i \neq j$ and all $i' \neq j'$, then
- there are exactly $b + t - 1$ linearly independent estimable functions
 - $\sum c_i \bar{z}_i$ and $\sum d_j \beta_j$ are estimable if $\sum c_i = \sum d_i = 0$.
- (c) Provide the details of multiple correlation coefficient and its estimation. Obtain the distribution of the sample multiple correlation coefficient when population multiple correlation coefficient is zero.

ವಿಭಾಗ - 2

(ರೇಖೀಯ ಊಹೆ ಮತ್ತು ಬಹುಚರ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ)

9. (a) ಅಶುದ್ಧತೆ (ತೃಟಿ)ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಚರ ರೇಖೀಯ ಫಲನಕ್ಕಾಗಿ ಒಂದು ಪ್ರಾಚಲ ಫಲನವನ್ನು ಆಕಲನ ಮಾಡಲು ಬೇಕಾಗುವ ಅವಶ್ಯಕ ಮತ್ತು ಸಾಕಷ್ಟು ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ. ಅಶುದ್ಧತೆಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ರೇಖೀಯ ಫಲನಗಳೊಂದಿಗೆ BLUEಗಳು ಅಸಹಸಂಬಂಧಿತವಾಗಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.
- (b) β_1 ಮತ್ತು β_2 ಗಳು ಗೊತ್ತಿಲ್ಲದ ಅದಿಶ ಸ್ಥಿರಗಳು, x_i ಗಳು ಗೊತ್ತಿರುವ ಅದಿಶ ಸ್ಥಿರಗಳಾದಾಗ $y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + e_i$; $i = 1, 2, \dots, n$ ಗಳು ಒಂದು ಸರಳ ರೇಖೀಯ ನಿದರ್ಶನವಾಗಿರಲಿ.
- $\bar{y}_0 = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k y_{0j}$ ಗೆ ವಿಶ್ವಾಸನೀಯತಾ ಅಂತರಾಳವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷಣಾ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನವನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟಗೊಳಿಸಿ.
- (c) ಒಂದು ಬಹುರೇಖೀಯ ಸಮಾಶ್ರಯಣ ಪ್ರತಿರೂಪದಲ್ಲಿ ಸಮಾಶ್ರಯ ಚರದ ಮೇಲೆ ಪರತಂತ್ರ ಚರದ ಪರತಂತ್ರತೆಯು ಇರುವುದಿಲ್ಲವೆಂದು ತಿಳಿಸುವ ಪರೀಕ್ಷಣೆಗಾಗಿ ಪ್ರಸರಣದ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯ ತಂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ.
10. (a) ಸಾಮಾನ್ಯ ರೇಖೀಯ ಸಮಾಶ್ರಯಣ ಪ್ರತಿರೂಪವು ಬಹುರೇಖೀಯ ಸಮಾಶ್ರಯಣ ಮತ್ತು ಬಹುಪದ ಸಮಾಶ್ರಯಣಗಳೆರಡನ್ನೂ ಆವರಿಸುವುದೆಂದು ತೋರಿಸಿ. ಗಾಸ್-ಮಾರ್ಕೊವ್ ರೇಖೀಯ ಪ್ರತಿರೂಪಕ್ಕೆ ಇದು ಹೇಗೆ ಹೊಂದಿಕೆಯಾಗುತ್ತದೆಂದು ತೋರಿಸಿ.
- (b) $y_{ijk} = \mu + \bar{z}_i + \beta_j + e_{ijk}$ ಪ್ರತಿರೂಪದಲ್ಲಿ n_{ij} ಯು ಎಲ್ಲಾ $i \neq j$ ಮತ್ತು $i' \neq j'$ ಗಳ $\bar{z}_{i'} - \bar{z}_j$; $\beta_{i'} - \beta_j$ ಆಕಲನಗಳಾಗಿದ್ದರೆ
- (i) $b + t - 1$ ರೇಖೀಯತಹ ಸ್ವತಂತ್ರ ಆಕಲನ ಮಾಡುವ ಫಲನಗಳ ನಿಖರತೆ ಇರುತ್ತದೆ
- (ii) $\sum c_i = \sum d_i = 0$ ಗಳು ಆದಲ್ಲಿ $\sum c_i \bar{z}_i$ ಮತ್ತು $\sum d_j \beta_j$ ಗಳು ಆಕಲನೀಯವಾಗುತ್ತದೆ.
- (c) ಬಹುಸಹಸಂಬಂಧ ಗುಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಅದರ ಆಕಲನದ ವಿವರಗಳನ್ನು ಒದಗಿಸಿ. ಜನಸಂಖ್ಯಾ ಬಹುಸಹಸಂಬಂಧ ಗುಣಾಂಕವು ಶೂನ್ಯವಾದಾಗ ಪ್ರತಿದರ್ಶ ಬಹುಸಹಸಂಬಂಧ ಗುಣಾಂಕದ ವಿತರಣೆಯನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.

[Turn over

11. (a) Show that the matrix in the exponent of a p -variate normal distribution is the inverse of the variance-covariance matrix of the vector Y .
- (b) If $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n$ are sample means for random sample of size n from $N_p(\mu, \Sigma)$, show that $n(\bar{X} - \mu)' \Sigma^{-1} (\bar{X} - \mu)$ has the χ^2 -distribution with p degrees of freedom.
- (c) Show that under usual normal population regression model the joint distribution of the partial regression coefficient is multivariate normal.
12. (a) Provide the description of Fisher's discriminant function and develop the test procedure for additional discrimination and assigned discriminant functions.
- (b) Define Hotelling T^2 -statistic. Derive the likelihood ratio criterion for testing the hypothesis that the mean vectors of two p -variate normal distributions with same dispersion matrix, are equal. Show that the above test can be given by T^2 -statistic.
- (c) Provide a detailed note on the basic concepts of principal component analysis.

11. (a) p -ವಿಚರ ಪ್ರಸಾಮಾನ್ಯ ವಿತರಣೆಯಲ್ಲಿ Y ಸಡಿಲದ ಪ್ರಗರಣ-ಸಹಪ್ರಗರಣ ಅಪ್ಯೂಹದ ವಿಲೋಮ ಅಪ್ಯೂಹ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.
- (b) $N_p(\mu, \Sigma)$ ರಿಂದ ಸ್ಯಾಂಪ್ n ನ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರತಿದರ್ಶಕ್ಕೆ $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n$ ಗಳು ಪ್ರತಿದರ್ಶ ಮಾಧ್ಯಗಳಾದರೆ, $n(\bar{X} - \mu)' \Sigma^{-1}(\bar{X} - \mu)$ ಸ್ವತಂತ್ರತೆಯ p ದಿಕ್ಕಿಗೊಂದಿಗೆ χ^2 -ವಿತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.
- (c) ಸಾಧಾರಣ ಪ್ರಸಾಮಾನ್ಯ ಜನಸಂಖ್ಯಾ ಸಮಾಶ್ರಯಣ ಪ್ರತಿರೂಪದಲ್ಲಿ ಪಾರ್ಶ್ವ ಸಮಾಶ್ರಯಣ ಗುಣಾಂಕದ ಸಂಯುಕ್ತ ವಿತರಣೆಯು ಬಹುಚರ ಪ್ರಸಾಮಾನ್ಯವೆಂದು ತೋರಿಸಿ.
12. (a) ಫಿಷರ್‌ನ ವಿವಿಕ್ತಾಕಾರ ಫಲನದ ವರ್ಣನೆಯನ್ನು ಒದಗಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಂಕಲಿತ ವಿವೇಚನೆ ಮತ್ತು ನಿರ್ಧಿಷ್ಟ ವಿವಿಕ್ತಾಕಾರ ಫಲನಗಳಿಗೆ ಪರಿಕ್ಷಣಾ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಿ.
- (b) ಹೋಟಲಿಂಗ್‌ನ T^2 -ಪ್ರತಿದರ್ಶಜವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ. ಎರಡು p -ವಿಚರ ಪ್ರಸಾಮಾನ್ಯ ವಿತರಣೆಗಳ ಮಾಧ್ಯ ಸಡಿಲಗಳ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಪರಿಕ್ಷಣೆಗೆ ಸಂಭಾವಿತಾ ಅನುಪಾತ ನಿಕಷವನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ. ಮೇಲಿನ ಪರಿಕ್ಷೆಯನ್ನು T^2 -ಪ್ರತಿದರ್ಶಜವು ಕೊಟ್ಟಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.
- (c) ಮುಖ್ಯ ಘಟಕ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯ ಮೂಲ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯ ಮೇಲೆ ವಿವರವಾದ ಟಿಪ್ಪಣಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

2002
STATISTICS
Paper II

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 300

INSTRUCTIONS

Each question is printed both in English and in Kannada.

Answers must be written in the medium specified (English or Kannada) in the Admission Ticket issued to you, which must be stated clearly on the cover of the answer-book in the space provided for this purpose. No credit will be given for the answers written in a medium other than that specified in the Admission Ticket.

Candidates should select any *three* Sections and attempt any *five* questions from the selected Sections, choosing at least *one* but not more than *two* questions from each of the selected Sections.

Assume suitable data, if considered necessary, and indicate the same clearly.

All questions carry equal marks.

ಸಿಬ್ಬಂದಿ ಸೂಚನೆ : ಈ ಮೇಲ್ಕಂಡ ಸೂಚನೆಗಳ ಕನ್ನಡ ರೂಪಾಂತರವನ್ನು ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯ ಕೊನೆಯ ಪುಟದಲ್ಲಿ ಮುದ್ರಿಸಲಾಗಿದೆ.

[Turn over

SECTION - A

(Sampling Theory and Design of Experiments)

1. (a) Explain the terms (i) proportional allocation (ii) Neyman allocation and (iii) optimum allocation as used in stratified sampling. Make a critical comparison of these methods.
- (b) State the Horvitz-Thompson estimator of a population total in PPS sampling without replacement. Show that it is unbiased.
- (c) Where there is a linear trend in the population for the study variable, show that the efficiency of the systematic sample is n (sample size) times that of simple random sampling without replacement.
2. (a) Define Ratio estimator. Derive the approximate variance of this estimator in terms of coefficient of variation and relative covariance.
- (b) Explain the use of three stage sampling in sample surveys. Obtain an unbiased estimator of the population mean and its variance in the case if simple random sampling is used in all three stages.
- (c) Provide a critical note with suitable examples on 'non-sampling errors'.
3. (a) State the basic principles of design of experiments and their role in such experiments.
- (b) Define an RBD. Give the linear model and outline the method of analysis of an RBD.
- (c) In an LSD the observation in the i^{th} row, j^{th} column, receiving the k^{th} treatment is missing. Obtain a valid estimate of this observation. What will you do if more than one observation is missing ? How will the subsequent analysis change ?
4. (a) What are factorial experiments ? Illustrate the concept of total confounding in such experiments.
- (b) Define BIBD. Derive the following parametric relations :
(i) $vr = bk$ (ii) $\lambda (v - 1) = r (k - 1)$ and (iii) $b \geq r$ (Fisher's Inequality).
- (c) Assuming a suitable model, develop the analysis to test various effects in the case of split-plot design with RBD layout for main plot treatment.

ವಿಭಾಗ - ಎ

(ಪ್ರತಿಚಯನ ಸಿದ್ಧಾಂತ ಮತ್ತು ಪ್ರಯೋಗದ ಅಭಿವ್ಯಕ್ತಿ)

- 1 (a) ಸ್ಥಿರ ಪ್ರತಿಚಯನದಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸುವ (i) ಅನುಪಾತಿಕ ಅಪಚಯನ (ii) ನೆಮಾನ್ ಅಪಚಯನ ಮತ್ತು (iii) ಇಷ್ಟತಮ ಅಪಚಯನ ಪದಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.
- (b) ಸ್ಥಾನಪಲ್ಲಟವಿಲ್ಲದೇ PPS ಪ್ರತಿಚಯನದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜನಸಂಖ್ಯಾ ಮೊತ್ತದ ಹಾರ್ಪಿಟ್-ಧಾಪ್ಲನ್ ಆಕಲಕವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ ಇದು ಅನಭಿನತವೆಂದು ತೋರಿಸಿ.
- (c) ಅಧ್ಯಯನ ಚರಕ್ಕೆ ಒಂದು ರೇಖೀಯ ಪ್ರವೃತ್ತಿಯು ಜನಸಂಖ್ಯೆಯಲ್ಲಿದ್ದಾಗ ಸ್ಥಾನಪಲ್ಲಟವಿಲ್ಲದೇ ಸರಳ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರತಿಚಯನಕ್ಕಿಂತ n (ಪ್ರತಿಚಯನದ ಸೈಜ್) ಕಾಲದಷ್ಟು ಕ್ರಮಬದ್ಧತೆ ಪ್ರತಿಚಯನದ ದಕ್ಷತೆಯನ್ನು ತೋರಿಸಿ.
- 2 (a) ಅನುಪಾತ ಆಕಲಕವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ. ವಿಚರಣ ಗುಣಾಂಕ ಮತ್ತು ಸಂಬಂಧಿತ ಸಹಪ್ರಸರಣದ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಈ ಆಕಲಕದ ನಿಕಟ ಪ್ರಸರಣವನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.
- (b) ಪ್ರತಿದರ್ಶ ಸರ್ವೇಕ್ಷಣೆಯಲ್ಲಿ ಮೂರು ಹಂತದ ಪ್ರತಿಚಯನದ ಉಪಯೋಗವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಎಲ್ಲಾ ಮೂರು ಹಂತದ ಪ್ರತಿಚಯನದಲ್ಲಿ ಸರಳ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಪ್ರತಿಚಯನವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿದಲ್ಲಿ ಜನಸಂಖ್ಯಾ ಮಾಧ್ಯ ಮತ್ತು ಅದರ ಪ್ರಸರಣದ ಒಂದು ಅನಭಿನತ ಆಕಲಕವನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.
- (c) 'ಅಪ್ರತಿಚಯನ ಪ್ರಮಾದ'ಗಳ ಮೇಲೆ ಸೂಕ್ತ ಉದಾಹರಣೆಗಳೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ವಿಮರ್ಶಾತ್ಮಕ ಟಿಪ್ಪಣಿಯನ್ನು ಒದಗಿಸಿ.
- 3 (a) ಪ್ರಯೋಗಗಳ ಅಭಿಕ್ರಮದ ಮೂಲ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಅಂತಹ ಪ್ರಯೋಗಗಳಲ್ಲಿ ಸುತ್ತುವರೆದು ನಿವೇದಿಸಿ.
- (b) ಒಂದು RBD ಯನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ. RBD ಯ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯ ರೇಖೀಯ ನಮೂನೆ ಮತ್ತು ಹೊರ ಅಂಶಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.
- (c) i ನೇ ಸಾಲು, j ನೇ ಸ್ತಂಭದಲ್ಲಿ ಸ್ವೀಕರಿಸಿರುವ k ನೆಯ ಉಪಚಾರ ಕ್ರಿಯೆಯು, LSD ಅವಲೋಕನದಲ್ಲಿ ಕಾಣೆಯಾಗಿದೆ. ಈ ಅವಲೋಕನದ ಒಂದು ನ್ಯಾಯಸಮ್ಮತ ಅಗಣನೆ (Valid estimate) ಯನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ. ಒಂದಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅವಲೋಕನವು ಕಾಣೆಯಾದಾಗ ನೀವು ಏನು ಮಾಡುವಿರಿ ? ಉಪಾನುಕ್ರಮ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯು ಹೇಗೆ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ ?
- 4 (a) ಭಿನ್ನಾತ್ಮಕ ಪ್ರಯೋಗಗಳೆಂದರೇನು ? ಇಂತಹ ಪ್ರಯೋಗಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣ ಸಂಕರಣ ಎಂಬ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ವಿಶದಪಡಿಸಿ.
- (b) BIBD ಯನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಾಚಲಿಕ ಸಂಬಂಧಗಳನ್ನು ಉತ್ಪತ್ತಿಸಿ.
(i) $vr = bk$, (ii) $\lambda(v-1) = r(k-1)$, (iii) $b \geq r$ (ಪಿಷರ್‌ನ ಅಸಮನೀಯತೆ)
- (c) ಮುಖ್ಯ ಭೂಖಂಡ (Plot) ವಿವೇಚನೆಗಾಗಿ RBD ಲೇಔಟ್‌ನೊಂದಿಗೆ ಹೋಳು-ಭೂಖಂಡ ಅಭಿಕ್ರಮ (Split-plot design) ದ ಸಂಗತಿಯಾದಲ್ಲಿ ವಿವಿಧ ಪರಿಣಾಮಗಳ ಪರಿಶೀಲನೆಗೆ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯನ್ನು ಒಂದು ಸೂಕ್ತ ನಮೂನೆಯೊಂದಿಗೆ ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಿ.

[Turn over

SECTION - B
(Engineering Statistics)

5. (a) Explain the significance of the following concepts in the construction of control charts :
- (i) Assignable causes of quality variation
 - (ii) Rational subgroups.
- (b) Explain the following for \bar{X} and R charts :
- (i) Objectives
 - (ii) Statistical basis and construction
 - (iii) Inference from charts.
- (c) Quality control charts are to be prepared with a sensitivity that a mean shift of 0.6σ will cause $\frac{2}{5}$ of samples to fall outside the mean chart warning limit of 1.96 sigma control limit. What sample size is advisable ?
6. (a) What is acceptance sampling ? Mention the situations where it is useful. What are the advantages and disadvantages ?
- (b) State the meaning and utility of the following concepts in acceptance sampling :
- (i) OC
 - (ii) AQL
 - (iii) AOQL.
- (c) Write down the operating procedures and expressions for different parameters of sequential sampling plan.
7. (a) Define a parallel system. Obtain its reliability function and mean life of the system if all the units are equally reliable and reliability law is exponential.
- (b) Identify the following distribution :
- $$f(x | \sigma; p) = \frac{\rho}{\sigma} x^{\rho-1} \exp \left\{ -\frac{x^\rho}{\sigma} \right\}, \quad x > 0, \rho > 0, \sigma > 0$$
- as a failure time distribution and detail the procedure of estimating its parameters.
- (c) Let $X_{(1)} < X_{(2)} < \dots < X_{(r)}$; $(r < n)$ denote the ordered life-times observed where n units are on test, each following an exponential distribution with mean λ . Obtain the UMVUE of reliability at a given time point.

ವಿಭಾಗ - ಬಿ

(ಇಂಜಿನಿಯರಿಂಗ್ ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ)

- (a) ನಿಯಂತ್ರಣ ಸಂಚಿತ್ರಗಳ ರಚನೆಯಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಮಹತ್ವವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.
- (i) ಗುಣತೆಯ ವಿಚರಣೆ (Quality variation) ದ ನಿರ್ದೇಶ್ಯ ಕಾರಣಗಳು
 - (ii) ಪರಿಮೇಯ ಉಪಸಮೂಹ
- (b) X ಮತ್ತು R ಚಾರ್ಟ್‌ಗಳಿಗೆ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ:
- (i) ವಸ್ತುನಿಷ್ಠಗಳು
 - (ii) ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರೀಯ ಆಧಾರ ಮತ್ತು ಸಂಕೀರ್ಣನೆ (Construction)
 - (iii) ಚಾರ್ಟ್‌ಗಳಿಂದಾಗುವ ಊಹೆ
- (c) ಒಂದು ಸಂವೇದನೆಯೊಂದಿಗೆ ಗುಣತಾ ನಿಯಂತ್ರಣ ಚಾರ್ಟ್‌ಗಳನ್ನು ಸಿದ್ಧಗೊಳಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆಯೆಂದರೆ $0.6\sigma^{-1}$ ನ ಒಂದು ಮಾಧ್ಯ ಸ್ಥಾನಾಂತರವು 1.96σ ನಿಯಂತ್ರಣ ಮಿತಿಯ ಮಾಧ್ಯ ಚಾರ್ಟ್ ಮುನ್ನೆಚ್ಚರಿಕೆ ಮಿತಿಯ ಹೊರಗೆ ಬಿದ್ದಾಗ $\frac{2}{5}$ ಹೇತುವಾಗುತ್ತದೆ. ಯಾವ ಪ್ರತಿದರ್ಶ ಸೈಜ್ ಸೂಕ್ತ ?
- (d) ಸ್ಪೀಕರಣ ಪ್ರತಿಚಯನವೆಂದರೇನು ? ಇದು ಉಪಯೋಗಕ್ಕೆ ಬರುವ ಅವಸ್ಥೆಯನ್ನು ತಿಳಿಸಿ. ಇದರ ಪ್ರಯೋಜನ ಮತ್ತು ಅನಾನುಕೂಲಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.
- (e) ಸ್ಪೀಕರಣ ಪ್ರತಿಚಯನಗಳಲ್ಲಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಗಳ ಅರ್ಥ ಮತ್ತು ಉಪಯೋಗವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ:
- (i) OC
 - (ii) AQL
 - (iii) AOQL.
- (f) ಉಕ್ರಮ ಪ್ರತಿದರ್ಶಿ ಆಯೋಜನೆಯ ವಿವಿಧ ರೀತಿಯ ಪ್ರಾಚಲಗಳಿಗೆ ಸಂಕ್ರಿಯಾತ್ಮಕ ಕ್ರಿಯಾವಿಧಿಗಳು ಮತ್ತು ಕ್ಷಿಪ್ಪೋತ್ತಿಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.
- (g) ಒಂದು ಸಮಾನಾಂತರ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ. ಇದರ ಎಲ್ಲಾ ಏಕಮಾನಗಳು ವಿಶ್ವಸನೀಯವಾಗಿದ್ದು ಮತ್ತು ವಿಶ್ವಸನೀಯತಾ ನಿಯಮವು ಚರ ಘಾತಾಂಕೀಯವಾಗಿದ್ದರೆ, ಪದ್ಧತಿಯ ವಿಶ್ವಸನೀಯತಾ ಫಲನ ಮತ್ತು ಮಾಧ್ಯದ ಕ್ಷಿಪ್ಪವನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.
- (h) ಈ ಕೆಳಗಿನ ವಿವರಣೆಯನ್ನು ಒಂದು ವಿಫಲ ಕಾಲ ವಿತರಣೆಯಾಗಿ ಗುರುತಿಸಿ ಮತ್ತು ಇದರ ಪ್ರಾಚಲಗಳ ಆಕಲಕದ ಗುಣ್ಯವಿಧಾನವನ್ನು ವಿವರವಾಗಿ ತಿಳಿಸಿ.
- $$f(x | \sigma ; p) = \frac{p}{\sigma} x^{p-1} \exp \left\{ -\frac{x^p}{\sigma} \right\}, \quad x > 0, p > 0, \sigma > 0$$
- (i) ಪರಿಕ್ಷಣದ ಮೇಲೆ ಅವಲೋಕಿಸಿದ n ಘಟಕಗಳು $X_{(1)} < X_{(2)} < \dots < X_{(r)}$; $(r < n)$ ಗಳ ಉಕ್ರಮಿಕ ಜೀವನ-ಕಾಲಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸುತ್ತಿದ್ದು, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಮಾಧ್ಯ λ ದೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಚರ ಘಾತಾಂಕ ವಿತರಣೆಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸುತ್ತದೆ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಒಂದು ಕಾಲ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ವಿಶ್ವಸನೀಯತೆಯ UMVUE ಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.

[Turn over

8. (a) Describe the system reliability in terms of (i) components connected in series, (ii) components connected in parallel and (iii) mixed system.
- (b) Given the hazard function $h(t) = \lambda t$, $\lambda > 0$, compute the reliability function and the mean time to failure.
- (c) Explain the concept of parallel redundancy and state the application of binomial distribution to parallel redundancy cases.

- ed in a II. (a) (i) ಒಂದು ಶ್ರೇಣಿಯಲ್ಲಿನ ಸಂಬಂಧ ಘಟಕಗಳು
(ii) ಸಮಾನಾಂತರದಲ್ಲಿರುವ ಸಂಬಂಧ ಘಟಕಗಳು ಮತ್ತು
(iii) ಮಿಶ್ರ ಪದ್ಧತಿಗಳ; ಕಾಲಾವಧಿಯಲ್ಲಿ ವಿಶ್ವನೀಯತಾ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.
- unction (b) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಕಂಟಕಪ್ರಾಯ ಫಲನ $h(t) = \lambda t$, $\lambda > 0$ ಯನ್ನಾಧರಿಸಿ ವಿಶ್ವನೀಯತಾ ಫಲನ ಮತ್ತು
ಮಾಧ್ಯಕಾಲವನ್ನು ವಿಫಲಕ್ಕೆ ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಿ.
- tion of (c) ಸಮಾನಾಂತರ ಅತಿರೇಕದ ಪರಿಕಲ್ಪನೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಮಾನಾಂತರ ಅತಿರೇಕ ಅವಸ್ಥೆಗಳಿಗೆ ದ್ವಿನಾಮ
ವಿತರಣೆಯ ಅನ್ವಯತೆಯನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.

SECTION - C

(Operations Research)

9. (a) Define :
- (i) Markov chain
 - (ii) Persistent state
 - (iii) Ergodic state.
- Show that in a finite Markov chain there exist no null states and that it is impossible that all states are transient.
- (b) What do you understand by higher transition probabilities ? Obtain the Chapman-Kolmogorov equation.
- (c) Derive the steady state results (probabilities, mean numbers and mean waiting times) for an $M | M | S$ queue.
10. (a) What is Operations Research and what are the essential characteristics of Operations Research ?
- (b) Define (i) basic feasible solution (ii) slack and surplus variables and (iii) artificial variables in the context of a Linear Programming Problem (LPP).
- (c) State the general linear programming problem. Show that the collection of all feasible solutions of a linear programming constitute a convex set.
11. (a) State the (s, S) policy in an inventory problem. Derive this policy when the demand has a negative exponential distribution.
- (b) Explain the replacement problem and describe the problem of replacement of items whose maintenance cost increases with time and value of the money remains constant.
- (c) Describe the transportation problem. Show that the necessary and sufficient condition for the existence of a feasible solution to the transportation problem is the total capacity $\left(\sum_{i=1}^m a_i \right)$ must be equal to the requirement $\left(\sum_{j=1}^n b_j \right)$.

ವಿಭಾಗ - ಸಿ
(ಸಂಕ್ರಿಯಾ ವಿಜ್ಞಾನ)

ನಿರೂಪಿಸಿ:

- (i) ಮಾರ್ಕೊವ್ ಶೃಂಖಲೆ
- (ii) ಸತತಾವೃತ್ತ ಸ್ಥಿತಿ (Persistent state) ಮತ್ತು
- (iii) ಅಭೃತಿಪ್ರಾಯ ಸ್ಥಿತಿ (Ergodic state)

ಒಂದು ಪರಿಮಿತಿ ಮಾರ್ಕೊವ್ ಶೃಂಖಲೆಯಲ್ಲಿ ಶೂನ್ಯ ಸ್ಥಿತಿಗಳು ಅಸ್ತಿತ್ವದಲ್ಲಿಲ್ಲದಿರುವಂತೆ ಮತ್ತು ಅಂತೆಯೇ ಎಲ್ಲಾ ಸ್ಥಿತಿಗಳು ಕ್ಷಣಿಕವಾಗುವುದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲವೆಂದು ತೋರಿಸಿ.

- (i) ಸಂಭವನೀಯತೆಗಳಿಂದ ನೀವು ಗ್ರಹಿಸುವುದೇನು ? ಬಾಪ್‌ಮನ್-ಕಾಲ್‌ಮೊಗೊರೊವ್ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.
- (ii) ಒಂದು $M | M | S$ ಪಂಕ್ತಿಗೆ ಸ್ಥಾಯಿ ಅವಸ್ಥಾ ಫಲಿತಗಳನ್ನು (ಸಂಭವನೀಯತೆಗಳು, ಮಾಧ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಮಾಧ್ಯ ಪ್ರತೀಕ್ಷಾ ಕಾಲಗಳು) ಉತ್ಪತ್ತಿಸಿ.
- (iii) ಸಂಕ್ರಿಯಾ ವಿಜ್ಞಾನ (Operations Research) ಎಂದರೇನು ಮತ್ತು ಸಂಕ್ರಿಯಾ ವಿಜ್ಞಾನದ ಅವಶ್ಯಕ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳಾವುವು ?
- (iv) ಒಂದು ರೇಖೀಯ ಕಾರ್ಯಸೂಚಿ ಸಮಸ್ಯೆ (LPP) ಯ ಸನ್ನಿವೇಶದಲ್ಲಿ (i) ಆಧಾರಭೂತ ಸುಸಂಗತ ಪರಿಹಾರ (ii) ನ್ಯೂನತಾಪೂರಕ ಮತ್ತು ಅಧಿಕಪೂರಕ ಚರ (iii) ಕೃತ್ರಿಮ ಚರಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ.
- (v) ಸುಮೂಲ ರೇಖೀಯ ಕಾರ್ಯಸೂಚಿ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ. ಒಂದು ಅವಮುಖ (ಉನ್ನತ) ಸಮುಚ್ಚಯವನ್ನು ಒಂದು ರೇಖೀಯ ಕಾರ್ಯಸೂಚಿಯ ಎಲ್ಲಾ ಸುಸಂಗತ ಪರಿಹಾರದ ಸಂಗ್ರಹವು ರಚಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.
- (vi) ಒಂದು ತಾಲಿಕಾ ಸಮಸ್ಯೆ (Inventory problem) ಯಲ್ಲಿ (s, S) ನೀತಿಯನ್ನು ನಿವೇದಿಸಿ. ಬೇಡಿಕೆಯು ಒಂದು ಋಣಾತ್ಮಕ ಚರಘಾತಾಂಕ ವಿತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವಾಗ ಈ ನೀತಿಯನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.
- (vii) ಸ್ಥಾನಪಲ್ಲಟನಾ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ ಮತ್ತು ಕಾಲ ಮತ್ತು ಹಣದ ಬೆಲೆಯು ಸ್ಥಿರವಾಗಿದ್ದು, ಸಂರಕ್ಷಣಾ ವೆಚ್ಚವು ಹೆಚ್ಚಾದಾಗ ಅಂತಹ ವಸ್ತುಗಳ ಸ್ಥಾನಪಲ್ಲಟನೆಯ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.
- (viii) ಸಾರಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಅವಶ್ಯಕ ಮತ್ತು ಸಾಕಷ್ಟು ನಿಬಂಧನೆಗಳು ಸಾರಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಯ ಒಂದು ಸುಸಂಗತ ಪರಿಹಾರದ ಅಸ್ತಿತ್ವಕ್ಕಾಗಿ ಪೂರ್ಣ ಕ್ಷಮತೆ $\left(\sum_{i=1}^m a_i \right)$ ಯು ಅವಶ್ಯಕತೆ $\left(\sum_{j=1}^n b_j \right)$ ಗೆ ಸಮನಾಗಿರಲೇಬೇಕೆಂದು ತೋರಿಸಿ.

[Turn over

12. (a) Describe and justify the algorithm used to find the optimal solution for a transportation problem by the modified stepping stone method.
- (b) Write a Function sub-program to evaluate the factorial of an integer k and use it to compute and print out the values of the binomial co-efficients

$$\binom{N}{R} = \frac{N!}{R! \cdot (N-R)!} \text{ for 50 sets of values of } N \text{ and } R. \text{ Assume } N, R \geq 0.$$

- (c) Write a statement function defining $SUM(A, B, C) = \sqrt{A+B+C}$ and use this function to compute $\alpha = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$; $\beta = \sqrt{7x + 3y - 8}$.

12. (a) ಮಾರ್ಪಡಿಸಿದ ಲಕ್ಷ್ಯಸಾಧಕ ವಿಧಿಯಿಂದ ಒಂದು ಸಾರಿಗೆ ಸಮಸ್ಯೆಗಾಗಿ, ಇಷ್ಟತಮ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಕಲನ ವಿಧಿ (Algorithm) ಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.
- (b) ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ k ಯ ಕ್ರಮಗುಣಿತವನ್ನು ಮೂಲಾಂಕನ ಮಾಡುವ ಫಲನ ಉಪಸಮೂಹವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಲು (Compute) ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮತ್ತು N ಮತ್ತು R ನ 50 ಸಮುಚ್ಚಯಗಳ ಬೆಲೆಗಳಿಗಾಗಿ ದ್ವಿನಾಮೀಯ ಗುಣಾಂಕಗಳು $\binom{N}{R} = \frac{N!}{R! \cdot (N-R)!}$ ನ ಬೆಲೆಗಳ ಅಭಿಲೇಖ (Print out) ವನ್ನು ಉತ್ಪತ್ತಿಸಿ. $N, R \geq 0$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ.
- (c) $SUM (A, B, C) = \sqrt{A + B + C}$ ಯನ್ನು ನಿರೂಪಿಸುವ ಉಕ್ತಿ ಫಲನ (Statement function) ವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ ಮತ್ತು $\alpha = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$; $\beta = \sqrt{7x + 3y - 8}$ ಲೆಕ್ಕ ಮಾಡಲು (Compute) ಈ ಫಲನವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ.

SECTION - D

(Quantitative Economics)

13. (a) Define a time-series. Mention its important components with illustrations and describe the method of smoothing data.
- (b) Explain the measurement of cyclic movement of a time series and identify the importance of Periodogram Analysis.
- (c) Explain the working of variate difference method for trend analysis.
14. (a) Define Laspeyre, Paasche and Marshall-Edgeworth index number and show that *M-E* index number lies between Laspeyre and Paasche index numbers.
- (b) State and explain the criteria of a good index number.
- (c) Explain Base shifting, Splicing and Deflating index numbers.
15. (a) Explain heteroscedasticity, its estimation in the case of grouped data and a method of testing for heteroscedasticity.
- (b) Formulate a general linear model (GLM) clearly stating the assumptions. Derive the MLE of the parameter vector when the errors in the GLM follow a multivariate normal distribution.
- (c) Explain the estimation procedure with autocorrelated disturbances.
16. (a) What is a demand function ? Describe normal conditions of demand. If *AR* and *MR* denote the average and marginal revenues at any output, then show that the elasticity of demand for the product is given by $\frac{AR}{AR - MR}$.
- (b) Mention the main sources that cause serially correlated disturbances. Outline the Cochran-Orcutt procedure to estimate the parameters of a linear model when the errors are serially correlated.
- (c) Compare the ILS and 2 SLS methods of estimation in simultaneous equation models.

ವಿಭಾಗ - ಡಿ

(ಪರಿಮಾಣಾತ್ಮಕ ಅರ್ಥಶಾಸ್ತ್ರ)

- and
the
ow
a
13. (a) ಒಂದು ಕಾಲ-ಶ್ರೇಣಿಯನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ. ನಿರ್ದರ್ಶನದೊಂದಿಗೆ ಇದರ ಪ್ರಮುಖ ಘಟಕಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ ಮತ್ತು ಮಸೂನೆಯ ದತ್ತಾಂಶ (Smoothing data) ದ ವಿಧಿಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.
- (b) ಒಂದು ಕಾಲ-ಶ್ರೇಣಿಯ ಚಕ್ರೀಯ ಗತಿಯ ಮಾಪನವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ ಮತ್ತು ಆವರ್ತತಾ ವಕ್ರ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆ (Periodogram Analysis) ಯ ಪ್ರಾಮುಖ್ಯತೆಯನ್ನು ಅಭಿನಿಯಂತ್ರಿಸಿ.
- (c) ಪ್ರವೃತ್ತಿ ವಿಶ್ಲೇಷಣೆಯ ವಿಚರಾಂತರ ವಿಧಿ (Variate difference method) ಯ ಕಾರ್ಯಕಾರಿಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.
14. (a) ಲ್ಯಾಸ್ಕೇಯರ್, ಪಾಶೆ ಮತ್ತು ಮಾರ್ಷಲ್-ಎಡ್ವರ್ಡ್ಸ್ ಸೂಚಕಾಂಕಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು M-E ಸೂಚಕಾಂಕವು ಲ್ಯಾಸ್ಕೇಯರ್ ಮತ್ತು ಪಾಶೆಯ ಸೂಚಕಾಂಕಗಳ ನಡುವೆ ಇರುವುದೆಂದು ತೋರಿಸಿ.
- (b) ಒಂದು ಒಳ್ಳೆಯ ಸೂಚಕಾಂಕದ ಓರೆಗಲ್ಲನ್ನು ನಿವೇದಿಸಿ ಮತ್ತು ವಿವರಿಸಿ.
- (c) ಆಧಾರ ಸ್ಥಾನಾಂತರ, ಸಮಬಂಧನ (Splicing) ಮತ್ತು ವಿಕೃತೀಯ (Deflating) ಸೂಚಕಾಂಕಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.
15. (a) ಸಮೂಹ ದತ್ತಾಂಶ ವಿಷಯದಲ್ಲಿ ವಿಷಮವಿಸಾರಿತ (Heteroscedasticity) ಇದರ ಆಕಲನವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.
- (b) ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ರೇಖೀಯ ಮಾದರಿ (GLM) ಯನ್ನು ಸ್ಪಷ್ಟವಾಗಿ ಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತಾ ಸಂರೂಪಿಸಿ. GLM ನಲ್ಲಿ ಪ್ರಮಾದಗಳು ಒಂದು ಬಹುಚರ ಪ್ರಸಾಮಾನ್ಯ ವಿತರಣೆಯನ್ನು ಅನುಸರಿಸಿದಾಗ ಪ್ರಾಚಲ ಸದಿಶದ MLE ಯನ್ನು ಉತ್ಪತ್ತಿಸಿ.
- (c) ಸ್ವಯಂ-ಸಹಬಂಧಿತ ವಿಕೋಚ್ಚಗಳೊಂದಿಗೆ ಆಕಲನ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.
16. (a) ಬೇಡಿಕೆ ಫಲನ ಎಂದರೇನು ? ಬೇಡಿಕೆಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ನಿಬಂಧನೆಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ. ಯಾವುದೇ ಉತ್ಪಾದನೆಯಲ್ಲಿ AR ಮತ್ತು MR ಸರಾಸರಿ ಮತ್ತು ಸೀಮಾಂತ ರಾಜಸ್ವಗಳನ್ನು (Marginal revenues) ಸೂಚಿಸಿದರೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ $\frac{AR}{AR - MR}$ ಉತ್ಪನ್ನಕ್ಕೆ ಬೇಡಿಕೆಯ ಸ್ಥಿತಿಸ್ಥಾಪಕತೆಯನ್ನು ತೋರಿಸಿ.
- (b) ಅನುಕ್ರಮ ಸಹಸಂಬಂಧಿತ ವಿಕೋಚ್ಚಗಳು ಸಂಭವಿಸುವ ಮುಖ್ಯ ಮೂಲಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ. ಪ್ರಮಾದಗಳು ಅನುಕ್ರಮ ಸಹಸಂಬಂಧಿತವಾಗಿದ್ದಾಗ ಒಂದು ರೇಖೀಯ ಮಾದರಿಯ ಪ್ರಾಚಲಗಳನ್ನು ಆಕಲನ ಮಾಡಲು ಕೋಚ್ರಾನ್-ಆರ್ಕಟ್ ಕಾರ್ಯವಿಧಾನಗಳ ಮುಖ್ಯ ಅಂಶಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ.
- (c) ಯುಗಪಥ ಸಮೀಕರಣ (Simultaneous equation) ಮಾದರಿಗಳಲ್ಲಿ ಆಕಲನದ ILS ಮತ್ತು 2 SLS ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸಿ.

[Turn over

SECTION - E**(Demography and Psychrometry)**

17. (a) Explain civil registration and population register as sources of demographic data, in particular, of Indian system.
- (b) Provide a note on the growth and prospects of world population.
- (c) Define the following and explain their uses :
- (i) Density and proximity of population
 - (ii) Infant mortality rate.
18. (a) Describe the measures of mortality based on death statistics.
- (b) Stating the underlying assumptions, outline the construction of a life table.
- (c) What do you understand by age-structure of a population ? Describe the nature of aging of the population.
19. (a) State the nature of models on fertility and human reproduction and describe William Brass Model on fertility.
- (b) Mention the kinds of migration and explain the estimation procedure by survival ratio method.
- (c) Describe stable and quasi-stable population models. How are these models useful for estimating demographic parameters ?

ವಿಭಾಗ - ೧

(ಜನಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರ ಮತ್ತು ಮನೋಮಿತಿಶಾಸ್ತ್ರ)

- ie 17. (a) ಭಾರತೀಯ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಜನಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ದತ್ತಾಂಶಗಳ ಮೂಲಗಳಿಗಾಗಿ ನಾಗರಿಕ ದಾಖಲಾತಿ ಮತ್ತು ಜನಸಂಖ್ಯಾ ದಾಖಲಾತಿಗಳನ್ನು ಕುರಿತು ವಿವರಿಸಿ.
- (b) ವಿಶ್ವ ಜನಸಂಖ್ಯೆಯ ಬೆಳವಣಿಗೆ ಮತ್ತು ನಿರೀಕ್ಷಣೆಗಳ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಟಿಪ್ಪಣಿ ಬರೆಯಿರಿ.
- (c) ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಉಪಯೋಗಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ:
- (i) ಜನಸಂಖ್ಯೆಯ ಸಾಂದ್ರತೆ ಮತ್ತು ಸಾಸಿಧ್ಯ
- (ii) ಶಿಶು ಮರಣ ದರ
18. (a) ಮರಣ ಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರದ ಆಧಾರದಿಂದ ಮೃತ್ಯುಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.
- (b) ಅಂತರ್ನಿಹಿತ ಕಲ್ಪನೆಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸುತ್ತಾ, ಒಂದು ಆಯು ಸಾರಣಿಯ (Life table) ರಚನೆಯ ಮುಖ್ಯಾಂಶಗಳನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.
- (c) ಜನಸಂಖ್ಯೆಯ ಆಯು-ಸಂಘಟನೆ (Age-structure) ಯಿಂದ ನೀವು ತಿಳಿದುಕೊಳ್ಳುವುದೇನು ? ಜನಸಂಖ್ಯೆಯ ಕಾಲ ಗಣನೆಯ (Aging) ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.
19. (a) ಫಲವತ್ತತೆ (Fertility) ಮತ್ತು ಮಾನವ ಪ್ರಜನನದ ಮೇಲೆ ಪ್ರತಿರೂಪಗಳ ಸ್ವಭಾವವನ್ನು ತಿಳಿಸಿ. ಫಲವತ್ತತೆಯ ಮೇಲೆ ವಿಲಿಯಂ ಬ್ರಾಸ್ ಮಾದರಿಯನ್ನು ಕುರಿತು ವಿವರಿಸಿ.
- (b) ವಲಸೆಯ ಪ್ರಕಾರಗಳನ್ನು ತಿಳಿಸಿ ಮತ್ತು ಅತಿಜೀವಿತ ಅನುಪಾತ ವಿಧಾನದಿಂದ ಆಕಲನ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.
- (c) ಸ್ಥಿರ ಮತ್ತು ಸ್ಥಿರಕಲ್ಪ (Stable and quasi-stable) ಜನಸಂಖ್ಯಾ ಮಾದರಿಗಳನ್ನು ಕುರಿತು ವಿವರಿಸಿ. ಜನಸಂಖ್ಯಾಶಾಸ್ತ್ರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ಪ್ರಾಚಲಗಳನ್ನು ಆಕಲಿಸುವಾಗ ಈ ಮಾದರಿಗಳು ಹೇಗೆ ಗುರುತಿಸಲ್ಪಡುವವಾಗಿವೆ ?

[Turn over

20. (a) What is test reliability ? How is it measured ? Describe any one method in detail.
- (b) Explain scaling of rankings or scaling of ratings in terms of normal curve.
- (c) Examine the effects of lengthening and repeating a test on test reliability.

- iii (a) ಪರೀಕ್ಷಣ ವಿಶ್ವಸನೀಯತೆ ಎಂದರೇನು ? ಇದನ್ನು ಹೇಗೆ ಅಳೆಯುವಿರಿ ? ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದನ್ನು ಕುರಿತು ವಿವರವಾಗಿ ತಿಳಿಸಿ.
- (b) ಪ್ರಸಾಮಾನ್ಯ ವಕ್ರದಲ್ಲಿನ ಕ್ರಮವಿನ್ಯಾಸಗಳ ಅನುಮಾಪನ ಅಥವಾ ನಿರ್ಧಾರಣೆಗಳ ಅನುಮಾಪನವನ್ನು ವಿವರಿಸಿ.
- (c) ಪರೀಕ್ಷಣ ವಿಶ್ವಸನೀಯತೆಯ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷಣದ ದೀರ್ಘಕ ಮತ್ತು ಪುನರಾವರ್ತಿ ಪರಿಣಾಮಗಳನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.
-